

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE EDUCAÇÃO

XIX SEPE - SEMANA DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO DO SETOR DE
EDUCAÇÃO / I EREBIO – REUNIÃO DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE
ENSINO DE BIOLOGIA – REGIONAL SUL.

RELATOS DE UMA TRAJETÓRIA DE PESQUISA SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Roberto José Medeiros Junior
Programa de Pós-Graduação em Educação – UFPR
robertoeducmat@onda.com.br

Introdução

Este trabalho refere-se ao que apresentei na XIX Semana de Ensino, Pesquisa e Extensão (SEPE), promovida pelo Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais (CEPED) da Universidade Federal do Paraná, enquanto mestrando da linha de pesquisa em Educação Matemática.

O relato aqui apresentado é fruto daquilo com que venho me deparando desde o início deste ano: discussões de ordem teórica e metodológica que ocorreram nos seminários de pesquisa, todas relacionadas ao meu objeto de estudo: a Resolução de Problemas no campo didático-metodológico. Procuro apresentar as bibliografias utilizadas ao longo da pesquisa como forma de situar o leitor a cerca do que acredito ser essencial para fundamentar a resolução de problemas enquanto campo de pesquisa: .

Atuando como docente nas séries dos Ensinos Fundamental e Médio, Educação de Jovens e Adultos e nas licenciaturas em Pedagogia e Matemática da Universidade Federal do Paraná, surgiram preocupações com os métodos utilizados para ensinar matemática de forma a aproximá-la da realidade e a desenvolver a aplicação de contextos matemáticos junto aos conteúdos ministrados. A vivência da situação exposta levou-me ao interesse pelo tema deste trabalho.

Delimitação do Problema

O que tenho observado em minha trajetória profissional (como professor atuante no Ensinos Fundamental e Médio, como participante de semanas pedagógicas e em

conversas de “recreio”), é que o ensino da matemática conserva características próprias daquelas vistas no século XX. Segundo a pesquisadora Lourdes de La Rosa Onuchic, “o ensino de matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básicos (tabuadas) era considerado muito importante. O professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia”. (ONUChic, 1999, p. 200). Media-se o conhecimento do aluno, recebido por meio de repetição, com a aplicação de testes em que, caso repetisse exatamente o que o professor havia feito, concluía-se que havia adquirido o conhecimento em questão.

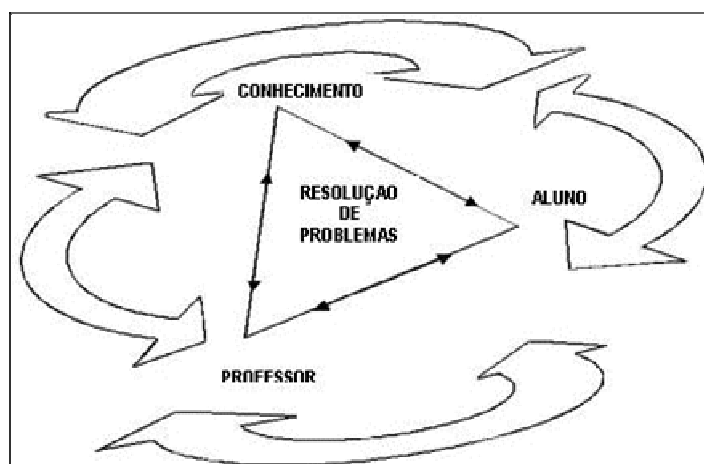
Particularmente, acredito que professores de matemática possuem certa experiência com a dinâmica da resolução de problemas. O que chama atenção é o fato de que tal metodologia é pouco utilizada (ou não utilizada) nas aulas de matemática. Parece-me haver uma preferência por exercícios de repetição de algoritmos sem compreensão. Sabe-se que, repetir, sem a compreensão do processo como um todo, parece ser suficiente para alguns instantes, mas, toda vez que houver a necessidade de aplicar um determinado conceito em outro contexto, ficará evidente a incapacidade do aluno em estabelecer relações entre o enunciado do problema e a solução esperada. Acredito poder desenvolver um estudo sobre os resultados obtidos frente às propostas do ensino de matemática, por meio de resolução de problemas.

A questão a ser investigada está provisoriamente assim elaborada: que relações são estabelecidas na tríade professor, aluno e conhecimento matemático no processo de ensinar matemática por meio da resolução de problemas?

A figura seguinte ilustra que a tríade formulada no problema enunciado é configurada alegoricamente como algo rígido (pelas relações entre os três elementos), porém não estático e equilibrado.

Percebo que, por se tratar de algo em movimento permanente, não existe um começo, nem um fim, do ciclo. Oportunamente, buscarei melhores termos para

expressar o que suspeito.



Este trabalho poderá oferecer subsídios para que professores envolvidos com a prática escolar, reflitam sobre seus métodos, para ensinar matemática de modo relevante, tendo em vista o aprimoramento de sua ação didática.

Desenvolvimento Teórico

Sabe-se existir um abismo entre os conteúdos ensinados nas aulas de Matemática e o que é essencial que o aluno apreenda. Sabe-se que ainda perdura na escola, como método didático, a aplicação de conteúdos entendidos como prontos e acabados.

Segundo Analúcia Schliemann e Terezinha Carraher (CARRAHER, 1995), quando a aprendizagem de matemática e a resolução de problemas não estão diretamente relacionadas com a solução de problemas práticos, não são facilmente transferidas para a vida. Uma primeira sugestão que surge é, então, a de oferecer ao aluno oportunidades de resolver problemas em contextos práticos. Isso poderá ajudá-lo a lidar mais efetivamente com problemas na vida real.

Para MENDONÇA (1999, p.16), pode-se pensar a resolução de problemas de três maneiras diferentes: a primeira delas seria entender a resolução de problemas como uma importante ferramenta para o aluno enfrentar, enquanto cidadão, problemas os mais diversos, em que o não conhecimento de determinadas formalidades matemáticas pode atrapalhar suas ações cotidianas; uma segunda considera que a tarefa primordial da matemática é resolver problemas de qualquer natureza, inclusive aqueles não cotidianos, que só existem nos livros de matemática; e, em uma terceira abordagem, pode-se ensinar matemática a partir da resolução dos mais diversos problemas nas mais diferentes situações, encarando a resolução de problemas como objetivo no processo ensino-aprendizagem.

Sabe-se que a partir da década de 70, educadores matemáticos iniciam uma mudança de direção em suas pesquisas, no sentido de dar mais ênfase aos processos de

resolução utilizados por seus alunos na solução de um problema. Este movimento ficou conhecido como “Back to basics”, tendo, no entanto, pouca influência na prática de ensino da Educação Matemática. A partir da década de 80, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM)¹ elabora o documento *An Agenda for Action*, com diretrizes para o progresso da Matemática, e mais tarde o *Professional Standards for Teaching Mathematics*, com normas² diretivas para o ensino de matemática. A partir do final da década de 80, o NCTM publicou os primeiros *Standards*³ para o currículo de matemática. No Brasil, em 1997, tem-se a difusão dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática para os Ensinos Fundamental e Médio. Segundo ele, a resolução de problemas na matemática escolar deve ser entendida como um “recurso” ou “ponto de partida” para a atividade matemática, mas, o que se tem praticado em algumas escolas de nível Fundamental é uma matemática “formalista”, que privilegia excessivamente os processos de demonstrações e repetição de conceitos definidos *a priori*, onde a necessidade do pré-requisito está fortemente ligada a axiomas e signos de um mundo distante da realidade escolar.

Compreender a resolução de problemas como um processo didático é ter a atenção voltada para as estratégias, métodos, procedimentos e heurísticas⁴ utilizadas para chegar à solução de um problema, em que o interesse é o raciocínio, a observância das etapas de descoberta e não mais apenas a resposta final encontrada.

O termo Heurística, segundo um contexto pedagógico, pode ser definido como sendo um método educacional que consiste em fazer o aluno descobrir o que se pretende ensinar. (HOUAISS, 2001). Percebe-se, portanto, que, falar em Heurística da resolução de problemas é falar sobre os métodos e regras que conduzem à descoberta, à inovação, à investigação e à resolução de problemas por meio de descobertas. (VILANOVA, 2000.)

Muitos matemáticos se propuseram a refletir sobre a Resolução de Problemas com o

¹ O NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática) é uma organização não governamental, fundada em 1920, sem fins lucrativos, que conta com mais de 125 000 sócios responsáveis pelas orientações para ensino de Matemática nos EUA.

² Com efeito, pode-se destacar a Norma nº 5 que trata “A Matemática como resolução de problemas, raciocínio e comunicação”.

³ Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, 1989;
Professional Standards for Teaching Mathematics, 1991;
Assessment Standards for School Mathematics, 1995.

⁴ O vocábulo heurístico deriva do grego *heuritiko*, que significa descobrir. Esse método é, também, chamado: método da redescoberta, método interrogatório ou método socrático.

ênfoque na Heurística. Pappus, matemático grego que viveu por volta do ano 300, escreveu um livro cujo título pode ser traduzido como “O Tesouro da Análise” (Arte de Resolver Problemas) ou “Heurística”, onde procurava sistematizar um método para resolver problemas de toda a espécie.

As mais famosas tentativas de sistematização da Heurística foram desenvolvidas pelos matemáticos Descartes e Leibnitz, bem como pelo filósofo Bernardo Bolzano.

Em 1628, Descartes trabalhou em uma obra chamada “Regras para a Direção do Espírito”, em que pretendia apresentar um método universal para a resolução de problemas. Esta obra ficou incompleta. Fragmentos dela apareceram depois no “Discurso do Método”. Em resumo, Descartes vê o processo de resolução de problemas em três fases (DESCARTES, 2005):

1. Reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equação(ões);
2. Reduzir todo problema matemático a um problema algébrico; e
3. Reduzir qualquer problema a um problema matemático.

Descartes apresenta algumas idéias de valor e relevância relacionadas ao ensino e que podem ser aplicadas à resolução de problemas. De seu livro “Regras para a orientação do espírito”, destaco passagens de algumas de suas regras:

Regra III: “As únicas coisas que devemos aceitar são aquelas que ou podemos ver com clareza ou podemos deduzir com certeza” (DESCARTES, 2005, p. 22), relevando a importância da argumentação em vez do uso da autoridade.

Regra IV: “É necessário método para descobrir as leis da natureza” (DESCARTES, 2005, p. 38) ressaltando a importância da sistematização.

Regra VII: “Se chegarmos a um ponto onde não conseguimos entender o que está acontecendo, devemos fazer uma pausa e não prosseguir em um trabalho inútil” (DESCARTES, 2005, p. 52), mostrando que é importante mantermos controle sobre o que estamos fazendo, sob pena de se perder em um trabalho infrutífero.

É importante citar Descartes, pois suas sugestões para o ensino e a resolução de problemas antecipam as idéias de um importante pesquisador: George Polya (1888 – 1983).

Polya dizia que o ensino da Matemática deve ser ativo e que não se deve suprimir as atividades informais de produzir e extrair conceitos matemáticos do mundo que nos rodeia.

Na opinião do Dr. George Polya, “a primeira obrigação de um professor de matemática é usar essa grande oportunidade; ele deveria fazer o máximo possível para desenvolver a habilidade de resolver problemas em seus alunos. Primeiro, ele deveria estabelecer a classe certa de problemas para os seus alunos: não muito difíceis, nem fáceis demais, naturais e interessantes, que desafiem sua curiosidade, adequados a seu conhecimento. (...) Depois, o professor deveria ajudar seus alunos convenientemente. Não muito pouco, senão não há progresso. Não demais, senão o aluno não terá o que fazer. Não ostensivamente, senão os alunos adquirem aversão ao problema, em cuja solução o professor ficou com a maior parte”. (POLYA, 1995, p. 68.)

Em 1959, Polya em um artigo⁵ para o "Journal of Education", enuncia dez mandamentos para os professores de matemática. Segundo ele:

“Nos últimos cinco períodos letivos, todas as minhas aulas foram dirigidas a professores secundários que, após alguns anos de prática, voltaram à Universidade para mais treinamento. Eles desejavam, segundo entendi, um curso que fosse de uso prático imediato nas suas tarefas diárias. Tentei planejar um tal curso no qual, inevitavelmente, eu teria de expressar repetidas vezes minhas opiniões sobre o dia-a-dia do professor. Meus comentários foram aos poucos assumindo uma forma condensada e finalmente fui levado a enunciá-los como dez regras, ou mandamentos.”

1. Tenha interesse por sua matéria;
2. Conheça sua matéria;
3. Procure ler o semblante dos seus alunos; procure enxergar suas expectativas e suas dificuldades, ponha-se no lugar deles;
4. Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é descobri-la você mesmo;
5. Dê aos seus alunos não apenas informação, mas *know-how*, atitudes mentais, o hábito de trabalho metódico;
6. Faça-os aprender a dar palpites;
7. Faça-os aprender a demonstrar;
8. Busque, no problema que está abordando, aspectos que possam ser úteis nos

⁵Artigo publicado no "Journal of Education", University of British Columbia, Vancouver and Victoria (3) 1959, p. 61-69. Reproduzido nos "Collected Papers" de George Pólya, vol. IV, pp. 525-533, MIT Press 1984. Traduzido por Maria Celano Maia.

problemas que virão — procure descobrir o modelo geral que está por trás da presente situação concreta;

9. Não desvende o segredo de uma vez — deixe os alunos darem palpites antes — deixe-os descobrir por si próprios, na medida do possível;

10. Sugira; não os faça engolir à força.

Para Polya, a abstração de conceitos matemáticos a partir de situações cotidianas, pode ser o centro do ensino de Matemática. Partindo do estudo das heurísticas⁶ usadas por grandes matemáticos⁷ na resolução de problemas, Polya elaborou o que ele chamou de fases da resolução de problemas (registradas no livro “How to solve it?”), fundamentando estudos e pesquisas neste campo da Educação Matemática. Ensinar matemática exige do professor e do aluno, grande esforço e planejamento. Uma boa situação-problema envolve diversas formas de resolvê-la. As tarefas, exercícios complementares e avaliações precisam ser planejadas ou selecionadas de forma contínua, considerando a compreensão dos alunos e as necessidades do currículo. Contudo, conforme enfatiza ONUCHIC (2004, p. 224), há boas razões para se fazer esse esforço:

“Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre idéias e sobre o 'dar sentido'. Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre as idéias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema”;

“Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: 'Eu acredito que vocês podem fazer isso!' Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a auto valorização dos estudantes são desenvolvidas”;

“É gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo 'ensinar dizendo'. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo esforço e, de fato, é divertida, também para os alunos a formalização de toda teoria Matemática pertinente a cada

⁶ Para Polya, Heurística, Heurética ou “ars inveniendi”, era o nome de um certo ramo de estudo pertencente à Lógica, Filosofia ou Psicologia. O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

⁷ Para um estudo mais aprofundado da Heurística, cito Hadamard, Freudenthal, Hilbert e o grupo Bourbaki.

tópico construído, dentro de um programa assumido, feito pelo professor no final da atividade, faz mais sentido para os alunos”.

A proposta curricular inovadora, onde o ensinar matemática está direcionado à compreensão dos métodos, da matemática envolvida com procedimentos heurísticos, pelos seus próprios contextos por meio de situações-problema, sugere ser uma das alternativas que possibilitará ao aluno melhor compreensão e apreensão de conceitos, representando, portanto, uma tendência necessária para o ensino de Matemática.

Bibliografia

BATISTI, C. A., **Resolução de problemas: um recurso de ensino ou a essência do fazer matemático? Incursões na História da Matemática**, Londrina, 1999.

BORRALHO, A. (org.) **A Matemática na Formação do Professor. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática, 2004. Competências Matemáticas à saída da formação Inicial**, Célia Monteiro et al.: 169-96.

CARPENTER, T. **Notes from National Assessment: Words Problems. – Arithmetic Teacher** **23**, 1976: 389-93

CARRAHER T. S, A., **Na vida dez, na escola zero** – 10 ed. – São Paulo: Ed. Cortez, 1995, p.69-83.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar Matemática hoje? Temas & Debates.** n. 2, p. 15-19, 1989;

DESCARTES, R., **Discurso do Método**. Tradução: Pietro Nassetti. – São Paulo: Martin Claret, 2005.

DESCARTES, R., **Regras para a orientação do espírito**. Tradução: Maria Ermantina Galvão. – São Paulo: Martins Fontes, 1999.

DOMENICO, E. G. **Perspectivas atuais em educação: para um mundo interpretado contemporaneamente: contribuição para um debate**, in Seminários em Revista, revisão de pós-graduação da Universidade Regional de Blumenau, Mestrado em Educação: Ensino Superior, Ed. Furb, v.2, n.5, maio 1999, pp.25-44.

HOUAISS, A. **Dicionário da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro Instituto. Ed. Objetiva, 2001.

KRULIK, S. **A resolução de problemas na matemática escolar** – São Paulo: Ed. Atual, 1997.

MENDONÇA M. C. D., **Resolução de problemas pede (re)formulação**, in *Investigações Matemáticas na aula e no currículo* / João Pedro da Ponte (org.), Associação dos Professores de Portugal (APM), Lisboa, 1999.

O'BRIEN, T. **Desafios e Investigações** – São Paulo: Ed. Calls, 2000.

ONUCHIC, L. de L. R. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas** / Maria Aparecida Viggiani Bicudo (org.), São Paulo: Ed. Unesp, 1999 – (Seminários & Debates), p.199 -218.

ONUCHIC, L. de L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas** / Maria Aparecida Viggiani Bicudo e Marcelo de Carvalho Borba (orgs). São Paulo: Ed. Cortez, 2004, p. 213-224.

PCN, **Parâmetros curriculares nacionais. Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC, SEF, 1997, p.39-42.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, 1995, Ed Interciência.

POLYA, G. **How to Solve It?** 2ª ed. New York, Double Anchor Book, 1957.

VAN DE WALLE, J. A. **Elementary and Middle School Mathematics**. New York: Longman, 2001.

VILANOVA, SILVIA; et al. **Concepciones y creencias sobre la matemática. Una experiencia con docentes de 3er. Ciclo de la Educación General Básica**, Revista Iberoamericana de Educación, Argentina.