



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE EDUCAÇÃO
XX SEPE - SEMANA DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO
DO SETOR DE EDUCAÇÃO/ 2006

A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PRODUTO DE MEDIDAS
DE CRIANÇAS DA 3ª. SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL
E A INTERVENÇÃO DO PROFESSOR¹

Kelly Cristine Placha – UFPR – kellyplacha@hotmail.com

Profª. Drª. Maria Lucia Faria Moro – UFPR – mlfmoro@sul.com.br

RESUMO

Trata-se de um estudo exploratório, que examina o processo de aprendizagem de crianças, das estruturas multiplicativas, conforme as proposições de Vergnaud sobre campos conceituais. A pesquisa foi realizada com cinco crianças, de uma escola municipal de Curitiba. A coleta de dados foi realizada em duas sessões de soluções de problemas. A intervenção da pesquisadora, no papel de professora, seguiu o estilo de intervenção clínico-crítico, inspirado em Piaget. Para o registro dos dados, as sessões foram filmadas em vídeo e os dados transcritos em protocolos. Todo o conteúdo desses protocolos foi objeto de análise qualitativa que permitiu descrever: a) a natureza das alterações das soluções notacionais, verbais e interpretativas das crianças expressas durante a solução dos problemas de produto de medidas para identificar o processo de aprendizagem ali ocorrente; b) a natureza das intervenções da pesquisadora, no papel de professora, para identificar as formas dessas intervenções. Os níveis de raciocínio combinatório identificados foram os seguintes: de resposta contextualizada sem indício de combinação; das primeiras aproximações à solução combinatória; da obtenção de algumas combinações e da presença de

¹ Pesquisa apresentada como dissertação de Mestrado em Educação, defendida pela primeira autora, no Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná, sob a orientação da segunda autora.

solução combinatória. As formas identificadas de intervenção da experimentadora foram as seguintes: orientadora, reorientadora, questionadora e instigadora. Logo, dessa análise pode-se obter elementos fortes a favor da relevância das intervenções do professor como as descritas, para a ocorrência do progresso de cada criança pelos níveis de solução em direção a soluções de caráter combinatório. Porém esses progressos são vistos como pontuais, não significando que uma construção plena do raciocínio combinatório, tenha ali se efetivado.

Palavras-chave: Problemas de Produto de Medidas. Soluções Matemáticas Infantis. Intervenção do Professor.

O PROBLEMA E SUA JUSTIFICATIVA

As últimas décadas têm sido marcadas por uma grande variedade de pesquisas realizadas na área da educação matemática. Nesse conjunto, muitas são as pesquisas sobre o processo de elaboração das crianças, dos adolescentes, dos adultos e dos professores, em relação aos diversos conceitos matemáticos, geralmente presentes nos currículos escolares, desde a Educação Infantil até o Ensino Superior (Vergnaud, 1983; 1988; 1991; 1996; Kamii, 1990; 1996; 2002; 2005; Carraher, Carraher e Schliemann, 1995; Nunes e Bryant, 1997).

Em meio a essas pesquisas sobre o processo de elaboração e construção dos conceitos matemáticos, percebe-se a forte influência da teoria de Piaget (1973), que indica que a aprendizagem só é possível quando há assimilação ativa por parte do sujeito que aprende.

Um dos pontos que merece destaque neste quadro de pesquisas é a preocupação dos pesquisadores em conhecer, compreender e explicar o caráter ativo da aprendizagem de conteúdos matemáticos escolares, indicando a necessidade de uma aprendizagem matemática com compreensão dos conceitos.

Outro ponto que merece destaque nestas pesquisas relaciona-se ao fato de que Piaget (1973) já assinalava, como principal problema do ensino da

Matemática, o ajuste entre as estruturas inteligentes da criança e o método utilizado pelo professor para o ensino dos conceitos matemáticos na escola.

Um último ponto que merece destaque com relação a essas pesquisas é a importância atribuída aos conhecimentos e experiências prévias das crianças. Em seus estudos, Starepravo (1997) pontua que a ação mental é empobrecida quando as crianças recebem informações prontas e, em seguida, aplicam essas informações em exercícios escolares; a ação mental só ocorre quando a criança coloca o novo em relação com aquilo que já conhece e já vivenciou.

Este estudo pauta-se na concepção de que a construção dos conceitos matemáticos só ocorre quando há uma ação por parte do sujeito que aprende e na idéia de que o trabalho a partir da solução de problemas leva a criança a pensar, refletir, elaborar hipóteses e operar com os dados apresentados, estabelecendo relações com outras experiências que já tenha vivenciado.

O interesse em aprofundar um estudo envolvendo a educação matemática surge da minha vivência e necessidade como professora e pedagoga das séries iniciais do ensino fundamental. Como professora, percebo a dificuldade de compreensão e utilização dos conceitos matemáticos de estrutura multiplicativa pelas crianças; como pedagoga, percebo a dificuldade que os professores têm ao encaminhar o trabalho com a construção desses conceitos, valorizando o conhecimento prévio das crianças.

Nesse contexto, é minha expectativa que os resultados obtidos possam ser refletidos e incorporados à prática pedagógica dos professores, favorecendo as crianças com a possibilidade da construção de conceitos durante o processo de aprendizagem, com vistas a uma melhora significativa na qualidade do ensino público.

Particularmente, esta pesquisa poderá ser importante à medida que os resultados obtidos contribuam para que haja melhor compreensão do processo de aprendizagem das estruturas multiplicativas do tipo produto de medidas, segundo a perspectiva teórica de Vergnaud (1983; 1988; 1991; 1996).

A literatura já oferece alguns resultados em resposta à questão do ensino e da aprendizagem dos conceitos de estrutura multiplicativa (Canôas, 1997;

Cunha, 1997; Nunes e Bryant, 1997; Barreto, 2001). Contudo, ela não os tem ainda tão evidentes no que concerne ao processo de construção dos conceitos multiplicativos no caso de problemas do tipo produto de medidas, pois a maioria dos estudos aborda a multiplicação do tipo isomorfismo de medidas (Franchi, 1999; Starepravo, 2001). Dessa forma, é importante desenvolver um estudo que analise como são solucionados pelas crianças os problemas de multiplicação do tipo produto de medidas.

São relativamente pouco numerosos os estudos a respeito do conceito multiplicativo do tipo produto de medidas. Mas, de um modo geral, são estudos que abordam a solução de problemas multiplicativos pelas crianças pequenas em situações de combinação de materiais concretos (English, 1992), a perspectiva da compreensão que o professor tem desse conceito ao solucionar problemas e a análise do processo de ensino-aprendizagem desse conceito em sala de aula (Vergnaud, 1983; Taxa, 2001; Esteves, 2001; Costa, 2003).

Vergnaud (1983) aponta que problemas de produto de medidas estão incluídos no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Segundo o autor, a compreensão desse tipo de problema se constitui condição para o entendimento de outros conceitos envolvendo as estruturas multiplicativas. O não-entendimento dos conceitos e relações ali presentes traria dificuldades para as crianças no decorrer do processo de aprendizagem dessas estruturas. De acordo com os estudos de Vergnaud (1983; 1988; 1991; 1996), as situações e problemas que envolvem o raciocínio combinatório apóiam a construção das estruturas multiplicativas.

A opção por essa problemática está, portanto, no fato de que as multiplicações do tipo produto de medidas não aparecem freqüentemente entre os problemas de estrutura multiplicativa que as crianças solucionam em sala de aula, embora impliquem um raciocínio fundamental para que as crianças possam compreender as estruturas multiplicativas e apareçam como possibilidade de trabalho nos documentos oficiais, desde as séries iniciais do Ensino Fundamental (PCN, 2001; AVA, 2002).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (2001) destacam, para o ensino da Matemática, quatro grupos de situações relacionadas às estruturas

multiplicativas que necessitam ser exploradas nas séries iniciais do ensino fundamental. Entre elas aparecem “as situações associadas à idéia de combinatória” (BRASIL/MEC – PCN, 2001, p. 111).

De acordo com o encaminhamento proposto pelos PCN (2001), os problemas que envolvem esse tipo de raciocínio podem ser resolvidos por meio de desenhos, diagramas de “árvore”, até esgotar todas as possibilidades. Além disso, a busca pelas combinações possíveis “evidencia um conceito matemático importante, que é o produto cartesiano” (BRASIL/MEC – PCN, 2001, p. 112).

A análise da produção dos alunos acerca dos problemas envolvendo a multiplicação e a divisão, realizada pelo AVA (2002), revela que os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental não estão tendo um desempenho satisfatório com relação às estruturas multiplicativas. Este estudo ressalta que os problemas envolvendo as estruturas multiplicativas devem ser trabalhados mediante as diferentes idéias que as constituem. Sendo assim, na multiplicação devem ser exploradas as situações que envolvam: a idéia comparativa da multiplicação, a configuração retangular na multiplicação e a idéia combinatória na multiplicação.

Nesse contexto, percebe-se que a compreensão de um conceito matemático, no caso, as relações de produto de medidas, no quadro das estruturas multiplicativas, contém diversos aspectos, tal como o uso de estratégias e procedimentos de solução apropriados, relacionados aos conhecimentos que as crianças vão elaborando a partir dos seus conhecimentos e experiências e das intervenções propostas pelo professor.

Em especial, a compreensão dessas relações de produto de medida, ao que tudo indica, apóia e interliga a construção do raciocínio combinatório, de acordo com Moro e Soares (2006), um possível caminho então para apreciar soluções desse tipo de problemas.

Portanto, com base nessas reflexões, a questão central do estudo proposto é a seguinte:

Como ocorre o processo de aprendizagem de relações multiplicativas de produto de medidas de crianças da 3ª. série, na solução de problemas, sob a intervenção do professor?

Para levar adiante a investigação, são levantadas as seguintes questões:

Como se caracterizam as soluções notacionais, as soluções verbais e as interpretações das crianças quando estas solucionam os problemas propostos sobre produto de medidas, quanto à presença ou não de raciocínio combinatório?

Que formas assumem as intervenções da pesquisadora, no papel de professora, durante as soluções das crianças?

Buscando encontrar resposta para essas questões e responder ao problema desta pesquisa, este estudo tem como objetivos:

Descrever a natureza das alterações das soluções notacionais, das soluções verbais e das interpretações das crianças expressas durante a solução dos problemas de produto de medidas, conforme os níveis de raciocínio combinatório envolvidos em cada um deles.

Descrever a natureza das formas de intervenção expressas pela pesquisadora, no papel de professora, durante as soluções das crianças.

MÉTODO

A pesquisa ora descrita consiste em um estudo exploratório de natureza qualitativa, simulando uma situação de aprendizagem de sala de aula, com os seguintes intuítos: descrever a natureza das alterações das soluções notacionais, das soluções verbais e das interpretações das crianças expressas durante a solução dos problemas de produto de medidas, conforme os níveis de raciocínio combinatório envolvidos em cada um deles; descrever a natureza das formas de intervenção expressas pela pesquisadora, no papel de professora, durante as soluções das crianças.

SUJEITOS

A coleta de dados foi realizada em uma escola pública municipal de Curitiba, localizada no bairro Tatuquara. A escola foi escolhida por conveniência, pois é o local onde a pesquisadora atua como professora e pedagoga das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Os sujeitos, cinco crianças da terceira série do Ensino Fundamental, com idade entre 9 anos (9;0) e 9 anos e 9 meses (9;9), foram sorteados, aleatoriamente, entre as crianças de cinco das seis turmas de terceira série da escola, do turno da manhã e da tarde, que concordaram em participar do estudo e foram previamente autorizadas por seus pais ou responsáveis. A escolha dos sujeitos envolveu apenas cinco das seis turmas da escola, pois a outra é a turma para a qual a pesquisadora dá aula e, por certo, este fato traria inconvenientes para a coleta de dados.

Os sujeitos são da faixa etária de 9 anos, em sua maioria meninos e nenhum deles foi repetente em alguma série.

PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados foram realizadas duas sessões de solução de problemas com cada criança, individualmente, no período da tarde, em dois dias (dezenove e vinte e nove de setembro), com intervalo aproximado de uma semana. Foram apresentados então quatro problemas a cada criança (em cada uma das duas sessões), por escrito. Foram disponibilizadas às crianças: uma folha de sulfite A4, para cada uma das situações-problema, uma caneta esferográfica preta e seis canetinhas hidrográficas coloridas: amarela, azul, preta, verde e vermelha, para que pudessem marcar suas respostas.

Os oito problemas, envolvendo o raciocínio multiplicativo do tipo produto de medidas, foram apresentados às crianças no formato escrito, um em cada folha de papel sulfite, pela pesquisadora, no papel da professora em atividade na sala de aula.

Todos os problemas trabalhados foram elaborados e selecionados de acordo com a classificação dos problemas de estrutura multiplicativa apresentada por

Vergnaud (1983). Todos envolvem uma multiplicação do tipo produto de medidas em que, com o valor das medidas elementares, a criança deverá encontrar o valor do produto daquelas medidas dadas, combinando-se duas ou mais medidas elementares. Os problemas utilizados estão a seguir relacionados por sessão.

Eis os oito problemas:

1ª. SESSÃO:

Problema 1 – Uma panificadora prepara bolos deliciosos. Os bolos podem ser de três tamanhos (pequeno, médio e grande) e os sabores podem ser de seis tipos diferentes (morango, chocolate, brigadeiro, coco, doce de leite e banana). Quantos tipos diferentes de bolo você pode escolher para comprar, combinando um tamanho com um só sabor?

Problema 2 – Em uma loja de carros tem 5 gols, 5 palios e 4 corsas. Ao comprar o carro você pode escolher 2 tipos de rodas: esportiva ou comum. De quantas maneiras diferentes os tipos de carros e rodas podem ser combinados?

Problema 3 – Eduarda tem uma máquina de bordar. Ela borda personagens infantis em camisetas. Eduarda tem 15 cores diferentes de camisetas e 12 personagens diferentes. Quantos tipos diferentes de camiseta ela pode bordar?

Problema 4 – Em uma sorveteria por quilo existem sete sabores de sorvete, três tipos de coberturas e dois tipos de casquinha. De quantas maneiras diferentes você pode se servir, sabendo que todos os sorvetes são acompanhados de cobertura e casquinha?

2ª. SESSÃO:

Problema 5 – Uma papelaria vende mochilas de dois tamanhos (pequena e grande) e em cinco cores diferentes (verde, azul, vermelha, amarela e preta). Amanda quer comprar uma mochila nesta papelaria. Quantos tipos diferentes de mochila ela pode escolher para comprar, combinando uma cor e um tamanho?

Problema 6 – Em uma pizzeria tem 30 sabores e 3 tamanhos diferentes de pizza. A pizza pequena pode ser cortada em 6 fatias, a pizza média pode ser cortada em 8 fatias e a pizza grande pode ser cortada em 12 fatias. De

quantas maneiras diferentes os sabores e os tamanhos da pizza podem ser combinados?

Problema 7 – Pedro tem 18 camisetas e 11 bermudas. De quantas maneiras diferentes ele pode se vestir?

Problema 8 – Vou dar uma festa de aniversário e servirei sanduíches. Para fazer os sanduíches comprei dois tipos de queijo, três tipos de patê e quatro tipos de pães. Quantos tipos diferentes de sanduíches podem ser servidos, sabendo que todos vêm acompanhados de um tipo de pão, um tipo de queijo e um tipo de patê?

Os problemas foram escolhidos pelo fato de contemplarem duas ou três variáveis, característica essa combinada a valores altos e baixos para as variáveis (Vergnaud, 1991). Outro critério que marcou a escolha dos oito problemas se deve ao fato de que eles envolvem uma multiplicação, pois se considera essa solução menos complexa que a divisão para os sujeitos escolhidos. Além disso, foi considerado que, ao final da terceira série, as crianças estariam mais familiarizadas com o algoritmo da multiplicação. Assim, esses aspectos não seriam obstáculos maiores para levar os sujeitos a tentar solucionar os problemas.

Há ainda mais dois critérios que se fizeram presentes na escolha dos problemas: presença ou ausência de valores distractores (desnecessários para o solução dos problemas) e tipo e registro dos valores, em algarismos ou escrita alfabética.

O sujeito dispunha de uma mesa quadrada para trabalhar. Ele e a experimentadora permaneceram sentados, frente a frente, durante a solução dos problemas.

Quando cada criança finalizava suas notações referentes à solução da situação-problema apresentada, era questionada pela experimentadora, no papel de professora, a explicar os procedimentos e a interpretar as notações utilizadas. A solicitação das explicações seguiu o estilo clínico-crítico proposto por Piaget (1983). Como conhecida, essa forma de interrogar o sujeito envolve perguntas para obter respostas próprias do sujeito e suas justificativas.

Para realizar a entrevista, o experimentador vai com a intenção clara de conversar sobre um determinado conceito ou uma determinada noção – a

respeito da qual quer saber a concepção do sujeito. Dessa forma, o experimentador precisa possuir um roteiro específico com determinadas questões que se fazem necessárias, pois são as questões norteadoras. Tais questões devem ser sempre seguidas de pedidos de justificativa ao sujeito, provocando-o a refletir sobre sua ação ou resposta. O experimentador pode variar a forma e a ordem de tais questões ou colocar outras pertinentes, se o conteúdo das falas e ações do sujeito o provocar. Esse procedimento permite ao experimentador coletar dados sobre a forma de pensar dos sujeitos, as relações e concepções que ele elaborou ou pode estar elaborando sobre o conteúdo focalizado.

PROCEDIMENTOS DE REGISTRO DE DADOS

Para o registro dos dados, as sessões foram filmadas em vídeo, na íntegra, e os dados (ações, verbalizações, soluções notacionais) foram transcritos, na íntegra, em protocolos (um para cada sujeito). Dessa transcrição constam as falas da experimentadora, no papel de professora; também constam a fala, os gestos e os movimentos dos sujeitos, expressos durante a solução dos problemas propostos.

Os protocolos das entrevistas, as soluções notacionais dos sujeitos nas folhas de papel sulfite e a intervenção da pesquisadora, no papel de professora, constituíram-se material de análise desta pesquisa.

PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

Como antes foi sugerido, o principal procedimento de análise dos dados desta pesquisa é de natureza qualitativa: são descritos e analisados o conteúdo das soluções notacionais, das soluções verbais das crianças e de suas interpretações sobre suas soluções, para identificar e acompanhar o processo de aprendizagem ocorrente em cada sessão, bem como as intervenções da pesquisadora, no papel de professora, para descrever os tipos dessas intervenções a cada sessão.

A análise das soluções notacionais, das explicações utilizadas pelas crianças e da intervenção da professora foi feita por sujeito e por sessão.

Tomando como critério os níveis de raciocínio combinatório identificados por Moro e Soares (2006), foi identificado o nível de raciocínio combinatório de cada criança ao solucionar cada um dos problemas apresentados. Foi então verificado se, no decorrer da solução de cada problema, os níveis de raciocínio combinatório de cada criança, implicado naquela solução, alterava-se.

Para identificar e descrever as formas de intervenção utilizadas pela pesquisadora, no papel de professora, durante a solução dos problemas foram identificadas, em cada seqüência de falas da pesquisadora, as características da sua intervenção, no intento de ser obtida uma tipologia de formas de intervenção.

DISCUSSÃO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa verificou-se como ocorre o processo de aprendizagem de relações multiplicativas de produto de medidas de crianças da 3ª. série, na solução de problemas, sob a intervenção do professor.

Ao descrever então a natureza das alterações das soluções notacionais, das soluções verbais e das interpretações das crianças expressas durante a solução dos problemas de produto de medidas, conforme os níveis de raciocínio combinatório envolvidos em cada um deles, identificaram-se diferentes níveis de construção inicial do raciocínio combinatório. Houve também, mudanças de níveis menos avançados de solução para níveis mais avançados de solução, no decorrer da solução dos problemas, por todas as crianças. Mas que significado têm tais avanços obtidos em termos de aprendizagem?

Na solução de todos os problemas da 1ª. sessão pelas crianças, houve aprendizagem pontual, que partiu sempre de um nível menos adiantado de solução e avançou para níveis mais adiantados de solução. Na maior parte

dos casos, as crianças partiram sempre de solução de nível menos adiantado para solução de nível mais adiantado. Já na solução de todos os problemas da 2ª. sessão pelas crianças, houve aprendizagem mais estável, predominando a manutenção de solução de nível IV na primeira tentativa ou o avanço de solução de nível menos adiantado para solução de nível mais adiantado.

Assim sendo, os avanços de nível de solução ocorreram muito ligados às formas de intervenção da experimentadora, no papel de professora. Esta interveio para levar cada criança à solução de níveis mais adiantados. Então, os avanços se caracterizaram como mudanças de níveis de solução, mas nada assegura que, em grande parte dos casos, tenham eles significado a estabilização do raciocínio combinatório, no sentido de que uma construção desse raciocínio, ao menos no nível IV, que foi empregado, de fato, tenha ali se efetivado.

Em linhas gerais, foram encontrados os mesmos níveis e subníveis identificados por Moro e Soares (2006): nível I: soluções contextualizadas sem indício de combinação; nível II: soluções que se aproximam à solução combinatória; nível III: soluções que obtêm algumas combinações e nível IV: soluções com presença de solução combinatória.

Os resultados desta pesquisa indicam que os avanços das crianças no processo de aprendizagem de relações multiplicativas de produto de medidas, de níveis menos avançados de solução para níveis mais avançados de solução, no decorrer da solução dos problemas, estão ligados às formas de intervenção utilizadas pela experimentadora.

Dessa forma, foram identificadas e transcritas as formas de intervenção utilizadas pela experimentadora, no papel de professora, durante a solução dos problemas. Essas formas de intervenção foram as seguintes: orientadora, reorientadora, questionadora e instigadora.

Ao descrever a natureza das formas de intervenção expressas pela pesquisadora, no papel de professora, durante as soluções das crianças, pôde-se identificar que no início da solução dos problemas 1 e 5, problemas que iniciaram a 1ª. e a 2ª. sessão, respectivamente, predominaram as formas de intervenção orientadora e reorientadora, pois havia a necessidade de

apresentar às crianças a tarefa que seria realizada, explicitando a importância do registro das soluções, os diversos procedimentos de cálculo e os materiais passíveis de uso. Além disso, sempre que solicitada, a experimentadora fez a leitura dos problemas propostos, lembrando as recomendações iniciais, sempre que necessário.

No decorrer da solução desses dois problemas e dos outros que foram propostos às crianças, essas formas de intervenção também estiveram presentes, embora com menor intensidade.

Percebeu-se que, à medida que as crianças estavam familiarizadas com a atividade, houve mudança da forma de intervenção da experimentadora e apareceram com mais ênfase as formas: instigadora e questionadora.

A forma de intervenção questionadora se fez presente no decorrer e ao término de cada solução notacional e/ou verbal, bem como ao término das interpretações sobre as soluções apresentadas pelas crianças. Essas perguntas possibilitaram à experimentadora, no papel de professora, captar mais elementos sobre a compreensão da criança para melhor analisar o seu raciocínio.

Já a forma de intervenção instigadora apareceu intercalada à forma questionadora durante a solução de todos os problemas. Consistindo de questões que provocaram a criança a iniciar a busca de uma solução notacional e/ou verbal, bem como a refletir sobre parte de sua solução notacional, quer na busca de outra solução para o problema, quer na avaliação de sua estratégia.

Destaca-se também que, durante a conversa de “familiarização” e apresentação da atividade que seria desenvolvida, logo no início da 1ª. sessão, uma das cinco crianças disse não saber o que eram problemas e que nunca havia solucionado problemas na escola. Esse fato indica a necessidade de o professor explicitar em sala de aula, com clareza, a atividade que será desenvolvida.

Outro elemento identificado nessa conversa foi o relato das crianças quando explicitaram que na escola utilizavam apenas caneta e lápis para solucionar os problemas, demonstrando-se muito felizes com a possibilidade de utilizar

caneta com tinta preta e canetinhas hidrográficas coloridas para solucionar os problemas.

Esses relatos apontam para a necessidade e a importância de o professor explorar em sala de aula o trabalho com a solução de problemas e com a utilização de uma diversidade de materiais para o registro das soluções das crianças.

Considera-se importante ressaltar que mesmo nas soluções de nível IV, que indicam a presença de solução combinatória, há predominância do cálculo aditivo. Verificou-se também, em alguns momentos, a ocorrência da passagem do cálculo aditivo para o cálculo multiplicativo.

Destaca-se também que os avanços das crianças no processo de aprendizagem de relações multiplicativas de produto de medidas estiveram ligados ao tipo de problema. Afinal, os problemas propostos às crianças apresentavam diferentes níveis de dificuldade: duas ou três variáveis; valores altos e baixos para as variáveis; presença ou ausência dos valores distractores e tipo de registro dos valores, em algarismos ou escrita alfabética. Desses, apenas nos problemas 4 e 8, que envolviam três variáveis, as crianças encontraram mais dificuldade, justamente, ao que parece, por causa da presença de três variáveis.

A solução de problemas de produto de medidas, com três variáveis, implica a representação tridimensional, pois a utilização de um diagrama bidimensional não dá conta. Dessa forma, ficou ainda mais difícil para as crianças a solução de um problema com tais características, mediante aquela forma de representação.

Na solução do problema 4, apenas uma das cinco crianças obteve solução de nível IV. Três das cinco crianças partiram de solução de nível menos adiantado, nível I e nível II, e avançaram para solução de nível mais adiantado, nível III. Uma das cinco crianças apresentou solução de nível I. Na solução do problema 8, quatro das cinco crianças obtiveram solução de nível IV, na segunda tentativa. Todas elas partiram de solução de nível I e avançaram para solução de nível IV. Apenas uma das crianças, que também partiu de solução de nível I, avançou ao final, para solução de nível III. Assim, avanços mais restritos, comparados com a solução das crianças aos outros

problemas, parecem estar no fato de que era necessário combinar três variáveis.

Verificou-se que os problemas que apresentavam duas variáveis, sobretudo com valores baixos para essas variáveis, possibilitaram a utilização de uma variedade maior de soluções notacionais pelas crianças: registros pictóricos, cálculos aditivos, cálculos multiplicativos, “árvore” de possibilidades, escrita alfabética e numérica.

Brito, Alves e Neves (2003) já pontuavam em seu estudo que, quando os valores das variáveis são baixos, é possível que as crianças elaborem uma representação gráfica que as auxilie na solução do problema. Segundo as autoras, o mesmo não é possível com valores altos para as variáveis, o que passa a exigir a utilização de cálculos formais.

Vergnaud (1983) destaca em seus estudos a importância e a necessidade de o professor apresentar aos alunos problemas com valores altos, pois, segundo o autor (1983), não há como os alunos desenvolverem conceitos complexos se eles não têm contato com situações complexas.

Outra dimensão que chama a atenção é que, embora os sujeitos já tivessem aprendido os algoritmos convencionais na escola, só os utilizaram após terem sido instigados pela pesquisadora a se lembrarem de algum procedimento escolar de solução. Destaca-se, na pesquisa, o quanto foi relevante a pesquisadora, no papel de professora, lembrar que alguma continha podia ser utilizada.

Cabe dizer, também, que a experimentadora, no papel de professora, elaborou intervenções que se fizeram necessárias para captar mais elementos sobre a compreensão das crianças e para melhor analisar o seu raciocínio. A intervenção aqui proposta seguiu o estilo clínico-crítico proposto por Piaget (1983), partindo sempre das soluções notacionais, das soluções verbais e das interpretações das crianças sobre as soluções que utilizaram. Dessa forma, no decorrer da solução dos problemas pelas crianças, alternaram-se as quatro formas de intervenção da experimentadora, no papel de professora, identificadas nesta pesquisa, pois essas formas de intervenção eram elaboradas e adaptadas a partir das soluções das crianças, sempre em relação ao conceito focalizado: o raciocínio combinatório.

Verificou-se então que o processo de aprendizagem de relações multiplicativas de produto de medidas de crianças da 3ª. série, na solução de problemas, ocorreu à medida que se alternaram as intervenções da experimentadora, no papel de professora, partindo sempre do nível de compreensão em que a criança se encontrava, com relação à construção do conceito que estava sendo trabalhado.

Logo, dos resultados obtidos, podem-se obter elementos fortes a favor da relevância das intervenções do professor, como as descritas, para a ocorrência do progresso de cada sujeito pelos níveis de solução, em direção a soluções de caráter combinatório.

REFERÊNCIAS

BARRETO, I. M. A. **Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001

BRASIL/MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Ministério da Educação: Secretaria da Educação Fundamental, 3. ed. Brasília, 2001.

BRITO, M. R. F., ALVES, E. V. e NEVES, L. F. A solução de problemas de estrutura multiplicativa. In: **Anais do IX Congresso Brasileiro de Psicologia do Desenvolvimento.** João Pessoa: SBPD/UFPB, 2003, p. 105.

CANÔAS, S. S. **O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do professor nas séries iniciais (1ª. a 4ª. série).** Dissertação de Mestrado em Ensino Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, S. Paulo, 1997

CARRAHER, T; CARRAHER, D e SCHLIEMANN, A. **Na vida dez na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1995.

COSTA, C. A. As concepções dos professores de matemática sobre o uso da modelagem no desenvolvimento do raciocínio combinatório no ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

CUNHA, M. C. C. **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª. e 7ª. séries.** Dissertação de Mestrado em Ensino Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

ENGLISH, L. Children's use of domain-specific knowledge and domain-general in novel problem solving. **British Journal of Educational Psychology**: 62, 1992, p. 203-216.

ESTEVES, I. Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª. série do ensino fundamental. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

FRANCHI, A. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) **Educação Matemática: uma introdução.** São Paulo: EDUC, 1999, p. 155-195.

KAMII, C. Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2005.

_____. **Crianças pequenas reinventam a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2002.

_____. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1996.

_____. **A criança e o número:** implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos. Campinas: Papirus, 1990.

MORO, M. L. F. e SOARES, M. T. C. Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, 2006 (manuscrito aceito para publicação, em mimeo).

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

PARANÁ/SEED. **Estudos complementares AVA 2000**: análise de resolução em questões de matemática. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação –SEED, 2002.

PIAGET, J. Remarques sur l'éducation mathématique. In: FRANÇAIS, J. **Remarques on mathematical education**. Math école, 1973, année 12, nº. 58, p. 1-7.

STAREPRAVO, A. R. **Matemática em tempo de transformação**. Curitiba: Renascer, 1997.

_____. **A resolução de problemas de estrutura multiplicativa por crianças da 3ª. série do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação – Curso de Pós-Graduação em Educação, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2001.

TAXA, F. de O. S. **Problemas multiplicativos e processos de abstração em crianças na 3ª. série do ensino fundamental**. Tese de Doutorado em Psicologia Educacional – Faculdade de Educação da Unicamp, Campinas, 2001.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structures. In: RESH, R. e LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press, 1983, p. 127-174.

_____. Psicología cognitiva y del desarrollo y didáctica de las matemáticas.
In: HUARTE, F. (coord.) **Temas actuales sobre psicopedagogía y didáctica**. España: Madrid – Narcea, 1988, p. 239-254.

_____. **El niño, las matemáticas y la realidad**: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

_____. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos - Instituto Jean Piaget, 1996, p. 155-191.